

Valutazione prestazionale di edifici in muratura in presenza di interventi di miglioramento sismico

Massimiliano Ferraioli, Gennaro Di Lauro

Dipartimento di Ingegneria Civile, Seconda Università di Napoli, Via Roma 29 – 81031 – Aversa (CE)

Keywords: Masonry buildings, Seismic Performance, Strengthening, Adaptive Pushover.

ABSTRACT: In this paper the performance-based assessment of a masonry building strengthened with fibre reinforced polymers to improve seismic resistance is carried out. At this aim, a nonlinear static procedure was used to estimate maximum lateral displacement, to control the acceptance criteria of unreinforced masonry walls and to keep them within tolerable limits at each performance level. These multi-level objectives were pursued with a procedure based on the adaptive pushover, the Capacity Spectrum Method and the Inelastic Demand Response Spectra. At first, a procedure based on the minimum error condition on the natural frequencies, mode shapes and modal forces was used to calibrate the finite element model. Then pushover analysis was carried out with an adaptive load pattern which allows for the redistribution of load as an effect of non-uniform yielding. An incremental non iterative procedure to correlate the earthquake intensity levels and performance levels defined by the acceptance criteria was used. Finally, the correlation between earthquake intensity levels and performance levels both for unreinforced and for the FRP strengthened masonry building was investigated.

1 INTRODUZIONE

L'esperienza di eventi sismici anche recenti ha evidenziato le modeste prestazioni sismiche e l'estrema vulnerabilità degli edifici in muratura ordinaria (URM - unreinforced masonry buildings) alle azioni sismiche orizzontali. Tale debolezza è essenzialmente legata a fattori di diversa natura: scarsa rispondenza ai principi fondamentali della progettazione sismoresistente, degrado dei materiali con la conseguente riduzione delle caratteristiche di rigidità e resistenza, modifiche strutturali profonde durante la vita utile dell'opera. Tale situazione ha fatto emergere la necessità di ridurre il rischio sismico di tali strutture operando sia a livello normativo attraverso nuovi criteri di progettazione, sia a livello applicativo attraverso tecniche innovative di protezione antisismica. La modifica di organismi strutturali esistenti necessaria per il loro adeguamento funzionale e antisismico richiede la definizione di metodi di analisi e modelli di calcolo efficaci per le strutture murarie.

La difficoltà fondamentale nella modellazione di tali strutture deriva dalla scarsa resistenza a trazione che il materiale manifesta già a bassi livelli tensionali con il conseguente comportamento fortemente non lineare legato non solo alla apertura delle fessure ma anche alla rottura delle connessioni. Le

scarse caratteristiche di duttilità derivanti dalla resistenza ridotta e unilaterale del materiale condizionano fortemente i metodi di analisi e i criteri di verifica prescritti in ambito normativo. Il metodo di riferimento per la valutazione degli effetti è l'analisi elastica con spettro di progetto definito con riduzioni dello spettro elastico molto contenute se paragonate alle altre tipologie strutturali. In realtà in molti casi solo il comportamento inelastico della muratura può spiegare la sopravvivenza del manufatto murario ad eventi sismici di particolare intensità. In tale ambito l'analisi limite può costituire un valido strumento per la determinazione del carico di collasso e la verifica allo stato limite ultimo, ma non garantisce la sicurezza della struttura nei confronti degli altri stati limite, e non fornisce alcuna indicazione sulle prestazioni dell'organismo strutturale al variare dell'intensità dell'azione sismica. Tale aspetto risulta di particolare rilevanza per il progetto degli interventi di rinforzo che devono essere mirati non solo a rendere più affidabile l'escursione in campo plastico, ma anche a garantire la piena funzionalità dell'edificio in presenza di eventi sismici di modesta entità. In tale ambito un approccio di tipo prestazionale rappresenta un potente strumento per progettare il miglioramento sismico di edifici esistenti sulla base di una realistica cognizione del rischio di perdite funzionali, umane ed economiche che potrebbero derivare da eventi sismici futuri.

2 PROTEZIONE DI STRUTTURE MURARIE MEDIANTE TECNICHE MISTE REVERSIBILI

Gli interventi di protezione antisismica possono mostrare con il tempo una palese inadeguatezza nei riguardi dei compiti loro preposti, in termini di affidabilità, durevolezza e costanza delle prestazioni. Inoltre le variazioni dei carichi di esercizio, le trasformazioni dello schema strutturale resistente o la necessità di rispettare requisiti normativi sempre più restrittivi possono richiedere di integrare o modificare il sistema di protezione adottato. La reversibilità dell'intervento, ossia la possibilità di completa rimozione in caso di necessità, costituisce pertanto un requisito fondamentale dei moderni sistemi di protezione antisismica. Le tecniche tradizionali mirano a migliorare l'insoddisfacente comportamento sismico delle pareti murarie incrementando l'efficacia delle pareti con interventi esterni, chiudendo aperture esistenti, costruendo nuove pareti. Anche se efficaci per l'adeguamento sismico, tali interventi sono spesso invasivi e irreversibili e comportano un incremento del peso della struttura. Al contrario, i sistemi innovativi possono essere adeguati a nuove esigenze funzionali e/o normative, oppure possono essere rimossi se risultano inadeguati o insoddisfacenti. Gli interventi reversibili sono di solito basati su tecniche miste realizzate con materiali diversi rispetto a quelli impiegati nel corso della prima edificazione dell'opera. Del resto sin dall'antichità l'acciaio strutturale è stato impiegato per consolidamenti puntuali o diffusi di pareti, coperture, solai e volte. Di conseguenza i tiranti in acciaio aventi la funzione di garantire il comportamento scatolare, le cerchiature adoperate per incrementare la resistenza e la duttilità degli elementi compressi e i controventi metallici costituiscono un tipico esempio di tecniche miste reversibili. Tali tecniche possono trarre vantaggio dalla disponibilità di materiali nuovi, come i materiali metallici speciali (p.e. gli acciai inossidabili, le leghe di alluminio, le leghe di titanio), i materiali plastici di tipo composito (pultrusi o fibrorinforzati) o altri materiali innovativi caratterizzati da proprietà meccaniche del tutto particolari, come ad esempio le cosiddette leghe metalliche con memoria di forma (Shape Memory Alloys) impiegate sia negli interventi di consolidamento che nella creazione di dispositivi speciali per il controllo strutturale. In particolare, una strategia innovativa di rinforzo sviluppata negli ultimi anni consiste nell'impiego dei materiali compositi fibrorinforzati costituiti da fibre ad alta resistenza (vetro, aramide, carbone) e da una matrice polimerica.

L'applicazione esterna di elementi in FRP (lamine, tessuti) per il rinforzo degli edifici presenta numerosi vantaggi: rapporto peso/resistenza molto basso, rapidità di posa in opera, modesta invasività.

Numerosi studi disponibili in letteratura (Turek et al. 2004, Santa Maria et al. 2004) hanno evidenziato

l'efficacia del rinforzo esterno con lamine e tessuti in FRP nell'incrementare la resistenza e la duttilità delle pareti murarie sia nel piano che fuori dal piano. I pannelli rinforzati evidenziano fessure più diffuse e di minore ampiezza e un collasso meno fragile. La disposizione diagonale degli elementi di rinforzo si è rivelata più efficace di quella a maglie rettangolari in termini di resistenza a taglio. Sia la disposizione verticale delle strisce che quella orizzontale costituiscono delle configurazioni efficaci per migliorare il comportamento della parete URM nel suo piano. La riduzione della spaziatura tra le strisce migliora la capacità di resistenza a taglio. La copertura completa del muro è efficace nel migliorare la capacità di resistenza a taglio. L'impiego della configurazione a X delle strisce migliora il comportamento nel piano.

Nonostante le numerose applicazioni su strutture reali alcuni aspetti relativi all'applicazione delle tecniche miste reversibili devono essere ancora approfonditi. In particolare, occorre valutare la mutua influenza tra le strutture aggiuntive e le strutture esistenti, in termini di interazione locale (trasmissione delle caratteristiche della sollecitazione, concentrazione di sforzi, dispositivi di collegamento). Anche aspetti come la "compatibilità" chimico-fisica tra materiali aggiunti e quelli esistenti e la durabilità dell'intervento non risultano sufficientemente definiti. Infine non viene prestata adeguata attenzione all'ottimizzazione dell'intervento in funzione del comportamento sismico globale della struttura, dei requisiti prestazionali prescelti e dell'analisi costo-benefici.

3 APPROCCIO DI TIPO PRESTAZIONALE PER IL RINFORZO DI STRUTTURE MURARIE

Il tentativo di adeguare gli edifici esistenti ai requisiti di progetto dei codici sismici più avanzati può risultare economicamente proibitivo. Al contrario il principio ispiratore del processo riabilitativo deve essere quello di creare un sistema che fornisca le prestazioni richieste in modo economicamente conveniente. Pertanto gli obiettivi della riabilitazione strutturale dovrebbero piuttosto dipendere da criteri prestazionali specifici (Performance-Based Acceptance Criteria) che assicurino un livello di danno predefinito o prevengano il collasso strutturale sotto un prefissato livello dell'intensità dell'azione sismica. A tale scopo, le moderne linee guida per la progettazione degli interventi di rinforzo di edifici esistenti sono più esplicite nel quantificare parametri rappresentativi della domanda sismica e della capacità strutturale che possano fungere da parametri di controllo per il raggiungimento di obiettivi prestazionali specifici. In documenti normativi recenti come l'ATC-40 (Applied Technology Council, 1996), le FEMA-273 (Building Seismic Safety Council, 1997), le FEMA-356 (American Society of Civil

Engineers, 2000) and le SEAOC Vision 2000 (1995) la tradizionale analisi elastica sotto azioni sismiche ridotte attraverso un fattore di struttura convenzionale è sostituita dalla stima della risposta inelastica della struttura ai diversi livelli d'intensità dell'azione sismica e, viceversa alla definizione delle azioni corrispondenti ai diversi livelli prestazionali (Performance Levels). In Europa le linee guida dell'Eurocodice 8 (CEN, 2003) per l'adeguamento degli edifici esistenti non sono perfettamente coerenti con le strategie di progettazione sismoresistente per i nuovi edifici, per cui sembra opportuno includere esplicitamente obiettivi prestazionali specifici correlati ai livelli deformativi sia per l'adeguamento degli edifici esistenti che per la progettazione di nuove strutture. Al contrario in Giappone sia le Linee Guida per la riabilitazione degli edifici danneggiati dal sisma (Guideline for Post-Earthquake Damage Evaluation and Rehabilitation) sia la normativa nazionale (Japanese Standard for Seismic Evaluation of Existing RC Buildings – JBPDA - 1990) prevedono procedure specifiche per la valutazione del livello di danneggiamento basate sull'indice di capacità sismica residua. Nelle Linee Guida AIJ (Guidelines on Seismic Performance Evaluation - Architectural Institute of Japan, 1993) il livello prestazionale è espresso attraverso un indice di capacità sismica che è definito come rapporto tra l'intensità del terremoto di collasso e l'intensità del terremoto di riferimento per ciascuno stato limite considerato. Infine il progetto ATC 55 ha come suo obiettivo fondamentale lo sviluppo di procedure specifiche per valutare in maniera più accurata la risposta strutturale inelastica dell'edificio (Guidance for Improved Application of Simplified Inelastic Analysis Procedures). In tale ambito i metodi di progetto basati sull'analisi elastica e sui criteri della rigidezza e della resistenza possono risultare inaccurate ed inadeguate. D'altra parte, le procedure statiche non lineari sono diventate più robuste ed accurate e la deformazione, lo spostamento e l'energia sembrano essere parametri di progetto più efficaci. In particolare, la progettazione a spostamento controllato (Displacement-Based Design – DBD) garantisce una maggiore flessibilità nel selezionare un sistema di rinforzo che bilanci rigidezza, resistenza e duttilità, che limiti l'entità degli spostamenti, che consenta una soluzione riabilitativa affidabile, fattibile e conveniente. Tali obiettivi non possono essere realizzati attraverso una verifica locale basata sul confronto tra domanda sismica e capacità in termini di resistenza. È piuttosto necessario valutare il comportamento globale della struttura in termini di spostamento laterale. In tale ambito, l'approccio del Performance-Based Seismic Engineering (PBSE) che prevede un'analisi multi-livello e multi-obiettivo sembra essere il più adatto per consentire di progettare gli interventi di rinforzo sulla base delle effettive prestazioni sismiche. In particolare, sulla base di specifici criteri prestazionali (Ac-

ceptance Criteria) vengono definiti diversi livelli prestazionali: Completa Operatività (Full Operational - FO), Operatività (Operational - O), Salvaguardia della Vita Umana (Life Safety – LS), Prevenzione del Collasso (Collapse Prevention – CP). Tali livelli prestazionali vengono poi correlati ai livelli d'intensità dell'azione sismica ossia a livelli di rischio (frequente, occasionale, raro, molto raro). In particolare, nel presente lavoro vengono considerati i limiti prestazionali definiti attraverso i criteri previsti dalle FEMA-356 per gli elementi primari in muratura ordinaria.

3.1 *Procedure Statiche Non lineari*

L'applicazione del Performance-Based Seismic Engineering (PBSE) nella valutazione delle prestazioni sismiche di edifici rinforzati richiede l'analisi non lineare della struttura. Tuttavia l'impiego di analisi di tipo dinamico agli edifici in muratura presenta numerosi problemi connessi alla loro complessità, alle incertezze legate ai dati aggiuntivi necessari (segnali accelerometrici spettro-compatibili, modelli isteretici affidabili), alla sensibilità dei risultati ai dati in ingresso (distribuzione delle masse, delle resistenze e delle rigidezza, modelli costitutivi, segnali accelerometrici) che può influenzare sensibilmente l'affidabilità dei risultati. D'altra parte il ricorso all'analisi limite se da una parte consente di determinare il carico di collasso, dall'altra trascura la deformabilità della struttura che può condizionare sensibilmente le prestazioni sismiche in corrispondenza dei diversi stati limite. Al contrario, le procedure statiche non lineari (Nonlinear Static Procedures - NSPs) basate sull'analisi di spinta costituiscono uno strumento di analisi più robusto ed affidabile che trova spazio nelle normative sismiche più evolute. In particolare, esse sono implementate in procedure basate sul Metodo dello Spettro di Capacità (Capacity Spectrum Method - CSM) o sul Metodo del Coefficiente di Spostamento (Displacement Coefficient Method - DCM), come nelle FEMA 273 (ATC/BSSC, 1997), FEMA 356 (2000), ATC-40 (1996), Eurocodice 8 (CEN, 2003) e in documenti normativi nazionali più recenti (Ordinanza 3274 e succ., 2005). In particolare, l'ATC-40, le FEMA-273 e le FEMA 356 riportano le linee guida per la progettazione su base prestazionale (Performance-Based Design) degli interventi di rinforzo degli edifici esistenti, mentre le SEAOC Vision 2000 (SEAOC, 1995) hanno esteso questi concetti alle nuove costruzioni. Sia l'ATC-40 che le FEMA-273/356 richiedono la determinazione della curva di pushover. Tale procedura non ha una base teorica rigorosa, ma è in grado di fornire approssimazioni sufficientemente accurate per edifici la cui risposta dinamica è dominata dal modo fondamentale di vibrazione. Per valutare l'adeguatezza della struttura a sostenere determinati livelli d'intensità dell'azione sismica la sua capacità è confrontata con la domanda sismica corri-

spondente ad un determinato scenario. L'ATC-40 e le FEMA-273/356 differiscono per la tecnica impiegata per calcolare la domanda inelastica in termini di spostamento per un determinato terremoto. In particolare, le FEMA 273/356 modificano la domanda elastica attraverso il Metodo del Coefficiente di Spostamento. L'ATC-40 utilizza il Metodo dello Spettro di Capacità in cui la risposta inelastica è determinata attraverso l'intersezione tra lo spettro di capacità e lo spettro di risposta. Il primo spettro si ottiene dalla curva di pushover attraverso la definizione del sistema SDOF equivalente. Il secondo spettro si ottiene scalando lo spettro elastico in modo da considerare gli effetti della dissipazione isteretica. Il CSM e il DCM sono stati applicati nel contesto dei diversi documenti normativi (FEMA 273, ATC-40, Eurocode 8, FEMA 356) ed hanno fornito stime anche molto diverse della domanda sismica per lo stesso edificio. Nelle FEMA 440 (2005) vengono valutate le diverse procedure e vengono suggerite delle modifiche migliorative. Si prevede infine che il progetto ATC-55 fornisca delle linee guida per l'applicazione delle diverse NSPs in modo da ridurre le differenze dei risultati ottenuti e da garantire una maggiore consapevolezza sulla loro applicabilità, sulle loro limitazioni e sulla loro affidabilità.

4 PERFORMANCE-BASED ASSESSMENT

4.1 Descrizione del caso di studio

Il caso di studio impiegato nelle analisi numeriche corrisponde ad una tipologia costruttiva ricorrente nell'edilizia dell'Italia centrale. Su tale edificio sono stati condotti in passato numerosi studi teorico-sperimentali (Jurukovski et al. 1989, Radi et al. 1990). L'edificio è costituito da quattro piani e presenta una doppia simmetria in pianta. Le pareti perimetrali dallo spessore di 25cm sono interamente in muratura mentre quella centrale presenta al piano terra un telaio in cemento armato. Le pareti longitudinali disposte nella direzione del telaio (asse X) sono costituite da maschi collegati tra loro ai vari piani solo dalle solette degli impalcati. Per le pareti trasversali (asse Y) il collegamento tra i maschi di piano è garantito oltre che dai solai anche dalla presenza di fasce di piano. La tessitura muraria, di tipo regolare, è costituita da mattoni pieni intervallati da letti di malta orizzontali. Per tale edificio sono disponibili in letteratura le prove dinamiche eseguite su tavola vibrante condotte su un modello fisico ridotto in scala 1:3 (in seguito denominato "modello") (fig.1). Le pareti murarie del modello ridotto presentano uno spessore di 8 cm e sono state realizzate con mattoni pieni di dimensioni geometriche $8 \times 8 \times 4 \text{ cm}^3$ e con malta cementizia. Il telaio in cemento armato al piano terra si compone di due campate con pilastri $10 \times 10 \text{ cm}^2$ e traverso superiore $10 \times 13.5 \text{ cm}^2$. Le prove dinamiche su tavola vibrante hanno restituito i

valori delle frequenze naturali e del rapporto di smorzamento per i primi due modi traslazionali in direzione X, per il primo modo traslazionale in direzione Y e per il primo modo torsionale.

4.2 Calibrazione del modello FEM

L'identificazione dinamica è stata effettuata utilizzando i risultati delle prove sul modello fisico in scala ridotta. Il fattore di scala è 1:2 sulle tensioni e 1:3 sulle lunghezze. Tutti i fenomeni coinvolti nelle prove dinamiche sono scalati in accordo con le regole di similitudine riportate in fig.1. Le analisi numeriche sono state condotte utilizzando un modello agli elementi finiti implementato nel codice di calcolo DIANA (de Witte *et al.* 2005). La muratura è stata modellata come materiale omogeneo ed isotropo. Le pareti murarie e le solette di piano in calcestruzzo sono state modellate utilizzando elementi tridimensionali ad otto nodi isoparametrici con tre gradi di libertà per ogni nodo. Tali elementi consentono di riprodurre stati triassiali di sforzo e di valutare le variazioni tensionali non solo sulla superficie dei muri ma anche all'interno dello spessore. La dimensione degli elementi della mesh è stata scelta in funzione della geometria delle pareti murarie con infittimenti inseriti in corrispondenza degli incroci tra i muri. La calibrazione è effettuata con una mesh caratterizzata da 2236 elementi e da 4579 nodi. Il modello è incernierato alla base. Adottando i valori dei moduli di elasticità della muratura e del calcestruzzo suggeriti dagli autori ($E_m=2250 \text{ MPa}$; $E_c=10000 \text{ MPa}$) (Jurukovski et al. 1989) il modello FEM fornisce valori delle frequenze naturali che differiscono sensibilmente dai valori sperimentali. In particolare, l'errore sulla frequenza naturale del primo modo lungo X è del 28% mentre l'errore sulla frequenza naturale del primo modo lungo Y è del 46%. Di conseguenza, in primo luogo è stata effettuata una calibrazione del modello agli elementi finiti utilizzando i risultati delle prove sperimentali su tavola vibrante. Come parametri della procedura di calibrazione sono state impiegate le frequenze naturali ed i modi di vibrazione corrispondenti. In particolare l'identificazione dinamica del modello viene condotta utilizzando i dati sperimentali disponibili relativi ai primi due modi di vibrare in direzione X ed al modo fondamentale di vibrazione in direzione Y. Il processo di calibrazione utilizza come parametri di controllo i moduli di elasticità E_c del calcestruzzo ed E_m della muratura. L'intervallo di variazione prescelto è compatibile con i valori disponibili in letteratura per materiali di analoghe caratteristiche meccaniche. In particolare, il modulo di elasticità della muratura viene fatto variare tra 0.600 e 2.475 GPa, quello del calcestruzzo varia tra 6 e 40 GPa. La discretizzazione del modello FEM è riportata in fig.2. Per ciascuna coppia $[E_c, E_m]$ l'analisi modale del modello teorico fornisce le frequenze naturali e le forme modali corrispondenti.

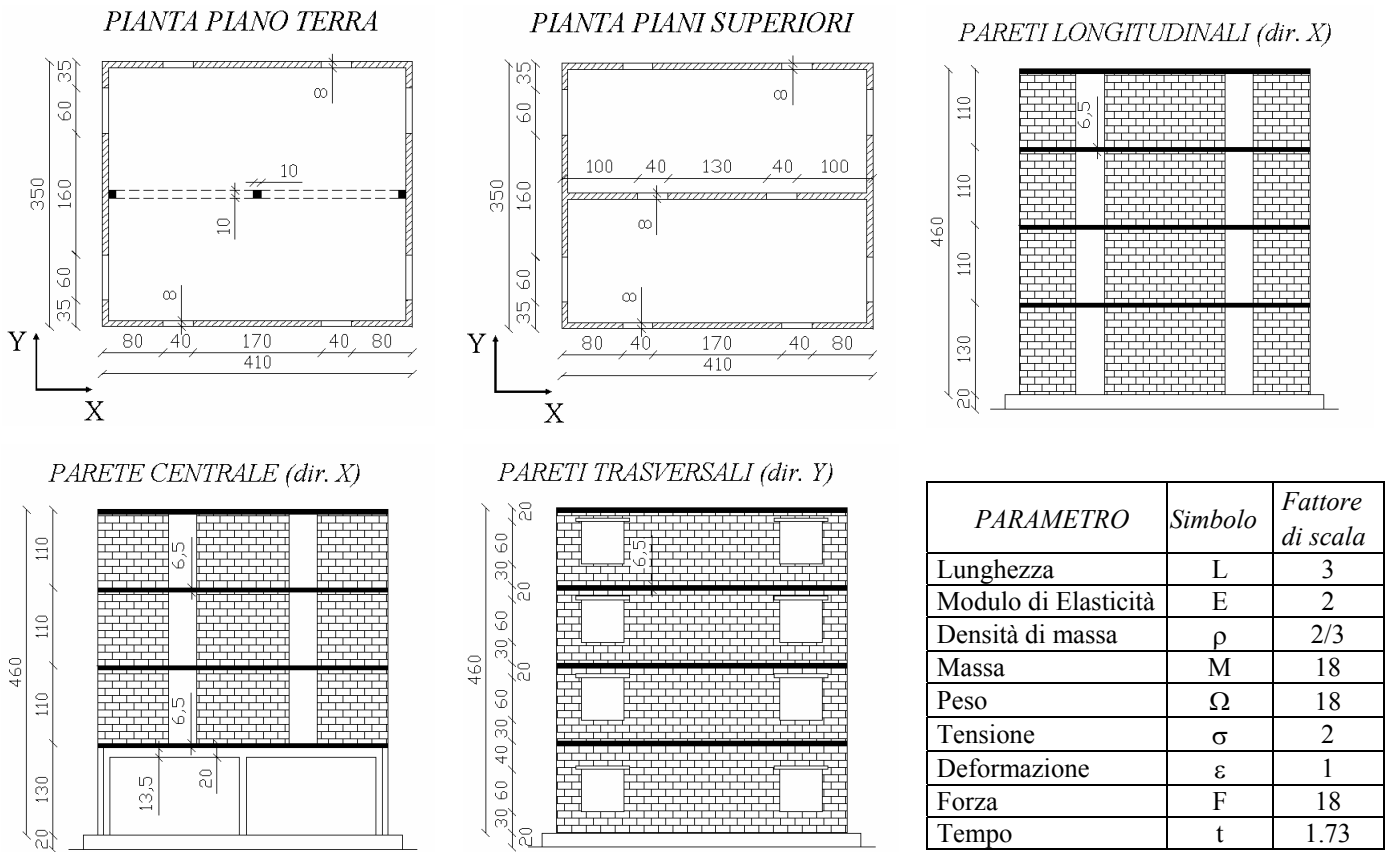


Figura 1. Modello ridotto e regole di similitudine

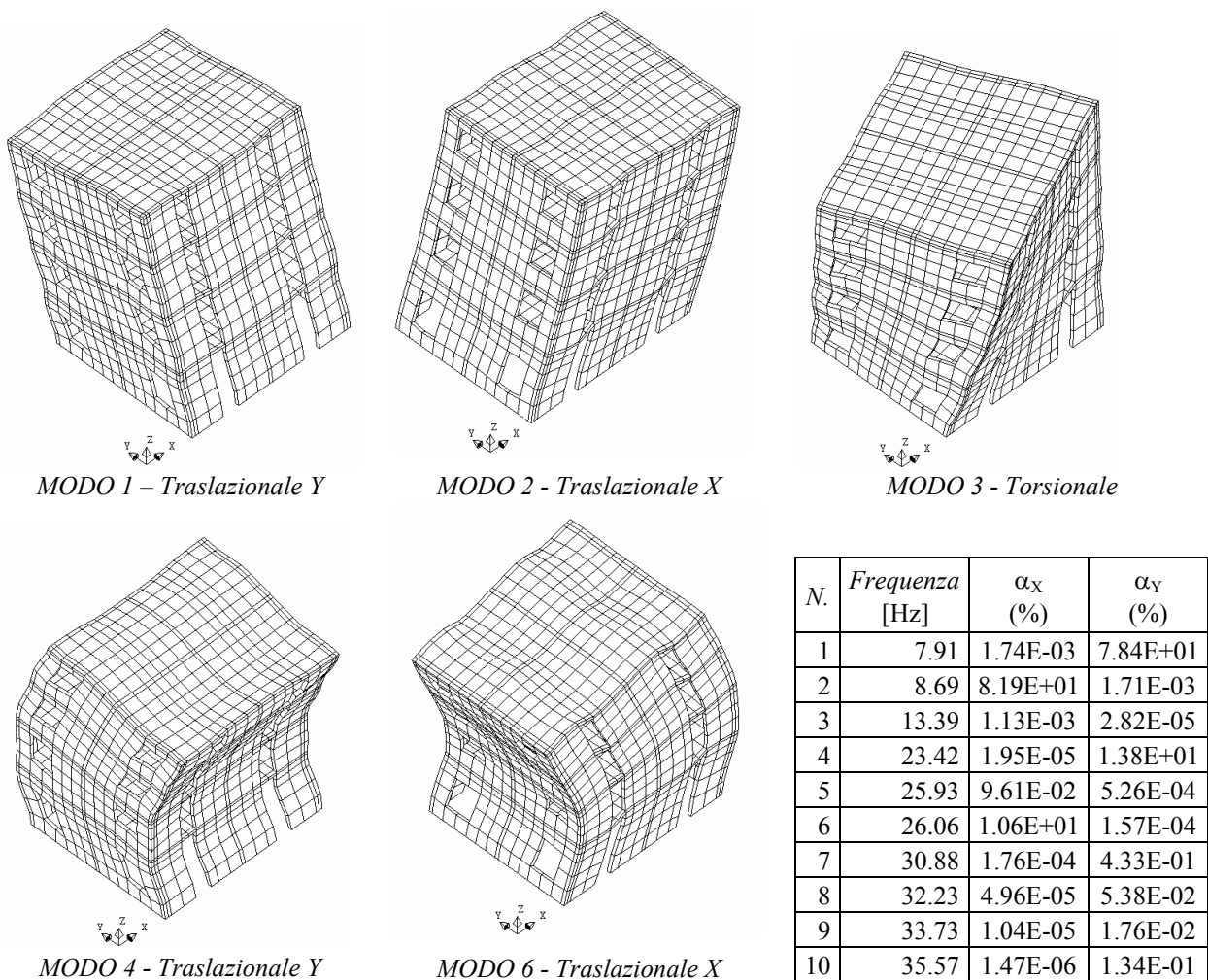


Figura 2. Modi di vibrare, frequenze naturali e rapporti di massa modale - Modello ridotto

La calibrazione del modello teorico viene condotta adottando come parametri rappresentativi gli errori commessi rispettivamente sulle frequenze naturali, sulle forme modali e sulle spinte sismiche. In particolare, l'errore complessivo sulle frequenze modali viene valutato combinando prima gli errori relativi ai modi di vibrare considerati per ciascuna direzione (X/Y), e poi combinando gli errori nelle due direzioni. Gli errori relativi ai modi di vibrare considerati per ciascuna direzione vengono combinati attraverso una media pesata sui rapporti di massa modale. In particolare, gli errori sulle frequenze rispettivamente dei modi lungo X e dei modi lungo Y sono dati da:

$$\sigma(f_X) = \frac{\left| \frac{f_{T,1X} - f_{S,1X}}{f_{S,1X}} \cdot \alpha_{1X} + \frac{f_{T,2X} - f_{S,2X}}{f_{S,2X}} \cdot \alpha_{2X} \right|}{\alpha_{1X} + \alpha_{2X}} \quad (1)$$

$$\sigma(f_Y) = \left| \frac{f_{T,1Y} - f_{S,1Y}}{f_{S,1Y}} \right| \quad (2)$$

in cui $f_{T,1X}$, $f_{T,2X}$ e $f_{T,1Y}$ rappresentano le frequenze teoriche rispettivamente del primo e secondo modo lungo X e del primo modo lungo Y; $f_{S,1X}$, $f_{S,2X}$ e $f_{S,1Y}$ sono le corrispondenti frequenze sperimentali; α_{1X} , α_{2X} e α_{1Y} rappresentano i rapporti di massa modale. L'errore complessivo si ottiene come media pesata sulla massa modale cumulata degli errori nelle due direzioni, ossia:

$$\sigma(f) = \frac{\sigma(f_X) \cdot (\alpha_{1X} + \alpha_{2X}) + \sigma(f_Y) \cdot \alpha_{1Y}}{\alpha_{1X} + \alpha_{2X} + \alpha_{1Y}} \quad (3)$$

In fig.3 vengono riportate le superfici e le curve di livello che rappresentano graficamente la variazione dell'errore totale sulle frequenze con i moduli di elasticità della muratura e del calcestruzzo. L'errore minimo pari all'1.15% si ottiene per $E_c=20$ GPa e $E_m=1$ GPa. L'errore su ciascun modo di vibrare del sistema viene calcolato attraverso il seguente indice:

$$\sigma(\phi) = 1 - MAC_\phi \quad \text{in cui} \quad MAC_\phi = \frac{\|\phi_T \cdot \phi_S\|^2}{\|\phi_T\|^2 \|\phi_S\|^2} \quad (4)$$

essendo ϕ_T la generica forma modale teorica e ϕ_S la forma modale sperimentale corrispondente. L'errore sui modi lungo X e l'errore complessivo sulle forme modali si ottengono come segue:

$$\sigma(\phi_X) = \frac{\sigma(\phi_{1X}) \cdot \alpha_{1X} + \sigma(\phi_{2X}) \cdot \alpha_{2X}}{\alpha_{1X} + \alpha_{2X}} \quad (5)$$

$$\sigma(\phi) = \frac{\sigma(\phi_X) \cdot (\alpha_{1X} + \alpha_{2X}) + \sigma(\phi_Y) \cdot \alpha_{1Y}}{\alpha_{1X} + \alpha_{2X} + \alpha_{1Y}} \quad (6)$$

I risultati ottenuti (fig.4) evidenziano che l'errore sui modi fondamentali di vibrazione dipende poco dai valori dei moduli di elasticità della muratura e del calcestruzzo e, nell'intervallo considerato, non supe-

ra mai il 3%. La calibrazione del modello teorico viene infine effettuata combinando gli errori sulle frequenze naturali e sulle forme modali attraverso la valutazione delle spinte modali corrispondenti allo spettro di risposta dell'Ordinanza 3274 per terreno di tipo A. L'errore sulle spinte modali è dato da:

$$\sigma(F) = \frac{\|F_T - F_S\|}{\|F_T + F_S\|} \quad (7)$$

essendo F_T il vettore delle spinte associato al generico modo di vibrare teorico e F_S il vettore calcolato a partire dalle frequenza e dal modo di vibrare sperimentale corrispondente. L'errore complessivo si ottiene combinando tra loro prima i contributi dei modi lungo X e poi quelli dei modi lungo Y, e infine combinando gli errori nelle due direzioni in maniera analoga a quanto riportato nelle eqq.5,6 per le forme modali (fig.5). L'errore minimo pari al 4.15% si ottiene per $E_c=16.4$ GPa e $E_m=1.14$ GPa.

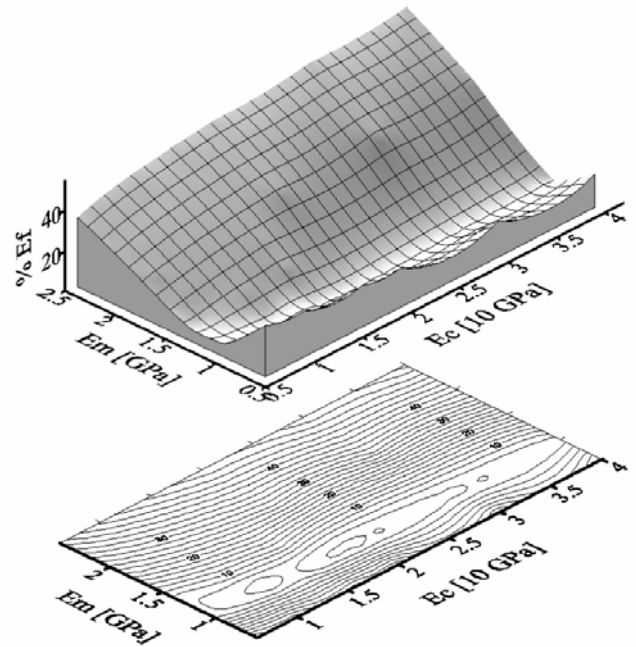


Figura 3. Errore sulle frequenze fondamentali

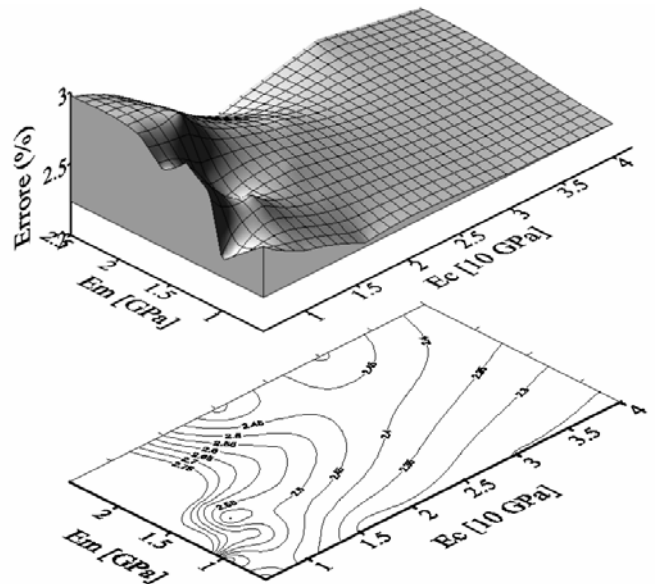


Figura 4. Errore sui modi di vibrare

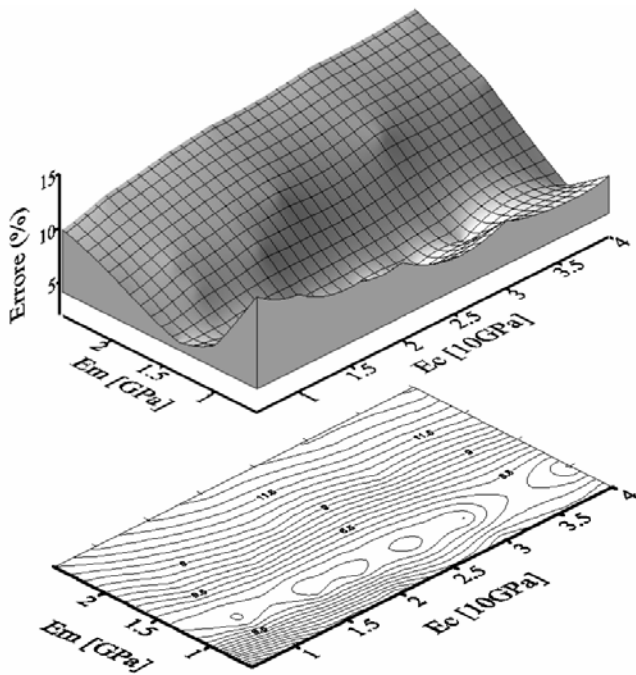


Figura 5. Errore sulle spinte modali

4.3 Interventi di rinforzo con FRP

Gli interventi di rinforzo considerati nell'analisi prestazionali sono realizzati attraverso lamine in FRP. Le caratteristiche geometrico-meccaniche degli elementi di rinforzo sono sintetizzate in tab.1. In particolare, allo scopo di migliorare il comportamento della pareti URM nel loro piano vengono considerate due diverse configurazioni degli elementi di rinforzo. La prima prevede la disposizione orizzontale delle strisce mentre la seconda utilizza una disposizione diagonale (fig.6). In entrambi i casi l'ancoraggio viene realizzato attraverso piatti e angolari in acciaio collegati alle strutture esistenti. I dettagli costruttivi di tali ancoraggi sono fondamentali e la loro duttilità potrebbe essere impiegata per migliorare la capacità dissipativa complessiva delle pareti URM. La modellazione delle strisce di rinforzo in FRP è stata eseguita con elementi monodimensionali i cui nodi estremi sono stati collegati a quelli dell'elemento solido sulla superficie esterna delle pareti.

Il problema chiave nell'impiego dei materiali compositi risiede nel loro comportamento elastico lineare fino a rottura. Ne consegue che la duttilità dell'intero sistema non è basata sul comportamento plastico del materiale di rinforzo. Infatti, poiché l'FRP è materiale di tipo fragile, la capacità di dissipazione energetica rimane ancora legata essenzialmente all'energia di frattura della parete muraria. Di conseguenza le teorie tradizionali basate sulla ridistribuzione degli effetti non sono più applicabili.

Tabella 1. Caratteristiche geometriche e meccaniche dell'FRP

Spessore equivalente	0.346 mm
Larghezza	20 cm
Modulo di Elasticità a trazione	230 GPa
Allungamento a rottura (%)	1.5

Occorre quindi ricercare dei meccanismi alternativi che consentano di individuare il collasso incipiente della struttura. Le modalità di crisi dei materiali costituenti la struttura in muratura rinforzata con FRP sono: fessurazione per trazione della muratura, schiacciamento della muratura, taglio-scorrimento della muratura, rottura dell'FRP, delaminazione (o decoesione) del rinforzo in FRP della muratura. La rottura dell'FRP viene verificata a posteriori, controllando lo stato tensionale e l'allungamento all'interno degli elementi di rinforzo. In maniera analoga la rottura dei pilastri in c.a. viene verificata attraverso il controllo a posteriori del regime di sollecitazione. La rottura per delaminazione deve essere scongiurata in quanto la crisi per perdita di aderenza del rinforzo è una modalità di rottura di tipo fragile e, quindi, in accordo con il criterio di gerarchia delle resistenze non dovrebbe mai precedere le altre modalità di collasso caratterizzate da maggiori caratteristiche di duttilità. Tuttavia nel caso in esame la presenza di specifici dispositivi di ancoraggio rende accettabile la rottura per delaminazione purché si tenga conto della variazione dello schema resistente. Il modello adottato tiene conto del solo collegamento meccanico tra muratura e FRP in corrispondenza degli ancoraggi, considerando in pratica lo schema resistente successivo alla delaminazione.

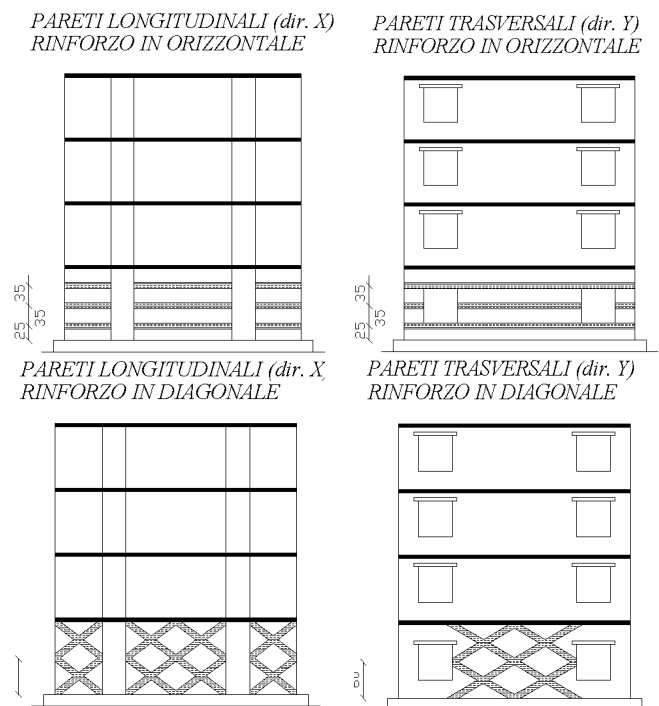


Figura 6. Configurazione degli interventi di rinforzo

4.4 Legame costitutivo della muratura

Il legame costitutivo dei materiali fragili o quasi-fragili come la muratura, è caratterizzato molto spesso da una rottura a trazione per fessurazione (cracking) e da una rottura a compressione per schiacciamento (crushing). Il modello adottato nelle analisi non lineari tiene conto del comportamento anelastico della muratura nell'ottica della fessura-

zione diffusa (smeared-cracking). A tale scopo viene impiegato il dominio di rottura di Rankine-Von Mises che è caratterizzato dall'intersezione tra una condizione di plasticità ed una di rottura. Tale modello combina il modello a fessurazione diffusa per la trazione (Rankine) con quello a plasticità per la compressione (Von Mises). Le equazioni che descrivono la superficie di rottura sono:

$$\begin{aligned} f_1(\sigma, k_1) &= \sqrt{\frac{1}{2} \sigma^T P_{ra} \sigma} + \frac{1}{2} \pi_1^T \sigma - \bar{\sigma}_1(k_1) \\ f_2(\sigma, k_2) &= \sqrt{\frac{1}{2} \sigma^T P_{vm} \sigma} - \bar{\sigma}_2(k_2) \\ f_3(\sigma, k_3) &= \pi_3^T \sigma - \bar{\sigma}_3(k_3) \end{aligned} \quad (8)$$

in cui:

$$P_{ra} = \begin{bmatrix} (1/2) & (-1/2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-1/2) & (1/2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \pi_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$P_{vm} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad \pi_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

mentre $\bar{\sigma}(k)$ è la resistenza uniaassiale funzione dello stato interno del sistema.

Nel caso piano il dominio assume la forma riportata in fig.7. Il modello adottato rappresenta in maniera soddisfacente il comportamento del materiale per stati piani di tensioni. Nello spazio delle tensioni infatti il criterio di rottura utilizzato prevede una limitazione tensionale (tension cut-off) nella terza direzione principale.

Nel caso in esame l'esiguo spessore rispetto alla larghezza e all'altezza delle pareti murarie giustifica le ipotesi assunte. Il modello di rottura a fessure fisse viene definito dal programma come combinazione di "tension cut-off", "tension softening" e "shear retention". Il comportamento della muratura nelle zone miste trazione-compressione viene definito dal parametro "tension cut-off". Per il caso in esame è stato adottato un legame di tipo lineare (fig.7). L'andamento del diagramma tensione-deformazione del materiale a compressione è di tipo ideale mentre quello a trazione dopo l'apertura delle fessure è regolato dal "tension softening" per il quale è stato ipotizzato un andamento di tipo lineare decrescente.

Tabella 2. Caratteristiche meccaniche della muratura

Proprietà elastiche	
Peso specifico	0.18 10^{-5} N/mm ³
Modulo di elasticità	1140 N/mm ²
Coefficiente di Poisson	0.18
Proprietà inelastiche	
Resistenza a trazione	0.23 N/mm ²
Resistenza a compressione	5.00 N/mm ²
Energia di frattura a trazione	0.02 N/mm
Fattore β	0.2

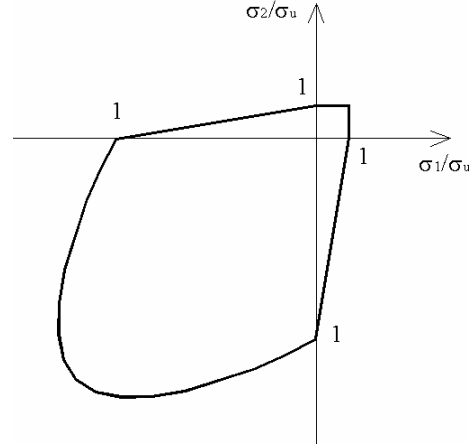


Figura 7. Dominio di rottura di Rankine-Von Mises

L'area sottesa dal diagramma di softening rappresenta l'energia di frattura adimensionalizzata rispetto alla larghezza di banda di diffusione delle fessure. Tale larghezza è stata posta pari alla radice cubica del volume dell'elemento della mesh. La riduzione di rigidità a taglio dopo l'apertura delle fessure ("shear retention") viene regolata invece dal fattore β attraverso la seguente relazione:

$$D = \frac{\beta}{1-\beta} G_T \quad (11)$$

essendo G_T il valore iniziale della rigidità a taglio e D il valore della rigidità secante.

4.5 Metodo dello Spettro di Capacità e degli Spettri Inelastici in presenza di Pushover Adattivo

Nel presente lavoro la risposta inelastica dell'edificio viene valutata attraverso una procedura basata sull'analisi di pushover, sul metodo dello spettro di capacità e sulla valutazione approssimata degli spettri di risposta inelastici (Inelastic Demand Response Spectra - IDRS). La distribuzione delle forze laterali da applicare nell'analisi di pushover deve essere rappresentativa delle forze d'inerzia indotte dal sisma. Tali forze dipendono dalla risposta dell'edificio e, quindi, la distribuzione delle spinte dovrebbe essere modificata nel corso dell'analisi per effetto delle plasticizzazioni. In alternativa alle distribuzioni varianti o adattive delle spinte laterali, la capacità della struttura viene spesso calcolata nell'ipotesi che le proprietà dinamiche della struttura rimangano invariate nonostante le plasticizzazioni. Esistono in letteratura numerose distribuzioni inva-

rianti delle spinte laterali: unimodale, multimodale, uniforme, SRSS. In particolare, la distribuzione uniforme sottostima gli spostamenti d'interpiano ai piani alti mentre li sovrastima ai piani bassi. Al contrario la distribuzione unimodale tende a sottostimare sempre gli spostamenti d'interpiano, specie ai piani bassi. Nel caso degli edifici in muratura l'ipotesi di distribuzione invariante delle spinte laterali può risultare eccessivamente restrittiva in presenza di quadri fessurativi caratterizzati da un'eccessiva localizzazione del danneggiamento. In questo caso la distribuzione della domanda sismica nel sistema MDOF può differire in maniera sostanziale da quella associata al sistema SDOF equivalente e l'importanza di questi "Effetti MDOF" aumenta all'aumentare dell'inelasticità della struttura. Pertanto, nei casi in cui sono prevedibili livelli elevati o distribuzioni non uniformi del danneggiamento, occorre adottare una distribuzione adattiva delle spinte laterali. Nel caso in esame il danneggiamento dell'edificio sotto una distribuzione unimodale delle spinte laterali presenta un quadro fessurativo caratterizzato dalla concentrazione del danneggiamento nelle pareti del primo livello. Pertanto la distribuzione lungo l'altezza delle forze d'inerzia presenta marcate caratteristiche tempo-varianti. Infatti, per valori ridotti dello spostamento laterale il contributo del primo modo elastico è prevalente e, quindi, la distribuzione delle forze d'inerzia è pseudo-triangolare. Viceversa in corrispondenza del collasso strutturale il danneggiamento è concentrato al primo livello, per cui la distribuzione delle forze è pseudo-rettangolare. Nel caso in esame, in alternativa all'analisi modale adattiva dell'edificio, è stata adottata una distribuzione delle spinte che viene aggiornata ad ogni passo dell'analisi di pushover in funzione della deformata al passo precedente (pushover adattivo). Al primo passo dell'analisi di pushover è stata adottata una distribuzione delle spinte laterali affine alla prima forma modale elastica. Si ha quindi

$$\mathbf{F}^i \propto \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\delta}^{i-1} \quad \text{con} \quad \boldsymbol{\delta}^0 = \boldsymbol{\phi} \quad (12)$$

in cui \mathbf{F}^i è il vettore delle spinte laterali all'i-esimo passo dell'analisi, \mathbf{M} è la matrice delle masse, $\boldsymbol{\delta}^{i-1}$ è il vettore degli spostamenti di piano all'(i-1)-esimo passo dell'analisi di pushover, $\boldsymbol{\phi}$ è il modo fondamentale di vibrazione nella direzione considerata. L'analisi di pushover fornisce la curva tagliante alla base (V) - spostamento in sommità ($\boldsymbol{\delta}_{TOP}$) (Capacity Curve - CC) che rappresenta il punto di partenza di tutte le NSP basate sul metodo dello spettro di capacità. La distribuzione delle spinte laterali viene aggiornata nel corso dell'analisi in funzione della deformata per tenere conto della propagazione delle fessure. Di conseguenza anche il sistema SDOF equivalente al modello MDOF tridimensionale rappresentativo dell'intero edificio varia nel corso dell'analisi adattiva di pushover. In particolare, la

massa M_{eq} e la rigidezza K_{eq} del sistema SDOF equivalente possono essere espresse in funzione della distribuzione degli spostamenti laterali all'i-esimo passo dell'analisi nel modo seguente:

$$M_{eq}^i = \frac{\left(\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^i \right)^2}{\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^{i2}} \quad K_{eq}^i = \frac{\left(\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^i \right)^2}{\left(\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^{i2} \right)^2} \sum_{j=1}^N F_j \cdot \delta_j^i \quad (13)$$

In pratica, al variare della distribuzione lungo l'altezza degli spostamenti laterali per effetto della fessurazione della muratura varia anche la distribuzione delle spinte laterali ed il sistema SDOF equivalente. Allo scopo di considerare tale effetto, la trasformazione della Curva di Capacità nel formato ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectra) viene effettuata considerando per ciascuno step le seguenti variazioni delle coordinate spettrali:

$$\Delta S_a^i = \Delta V^i \cdot \frac{\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^{i2}}{\left(\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^i \right)^2} \quad \Delta S_d^i = \Delta S_a^i \frac{\sum_{j=1}^N m_j \cdot \delta_j^{i2}}{\sum_{j=1}^N F_j \cdot \delta_j^i} \quad (14)$$

Lo Spettro di Capacità (Capacity Spectra - CS) è stato infine approssimato con un modello elastico-perfettamente plastico equivalente (Bilinear Capacity Spectra - BCS) con rigidezza elastica definita dal passaggio per il punto del CS corrispondente al 60% della soglia di scorrimento plastico.

La richiesta sismica del terremoto alla struttura viene espressa attraverso gli spettri di risposta inelastici (Inelastic Demand Response Spectra - IDRS). Tali spettri non vengono costruiti direttamente attraverso l'analisi dinamica al passo del sistema SDOF equivalente a comportamento isteretico, ma indirettamente scalando le ordinate dello spettro di risposta elastico EDRS attraverso un fattore di riduzione R_μ . Nel presente lavoro è stata impiegata una formulazione del fattore di riduzione tarata su segnali accelerometrici europei spettro-compatibili ed espressa attraverso la relazione:

$$R_\mu = 1 + \left(\frac{S_v(T)}{PGV} \right)^{\alpha(\mu)} \left(\frac{S_d(T)}{PGD} \right)^{\beta(\mu)} (\mu - 1) \quad (15)$$

in cui PGV e PGD rappresentano i valori di picco rispettivamente della velocità e dello spostamento al suolo; $S_d(T)$ e $S_v(T)$ sono le ordinate dello spettro di risposta elastico in termini rispettivamente di spostamento e di velocità. Le funzioni $\alpha(\mu)$ e $\beta(\mu)$ sono state determinate attraverso un opportuno modello di regressione, a partire dai risultati relativi a segnali ottenuti dalla selezione di terremoti storici spettro-compatibili (Ferraioli *et al.*, 2004). Le coordinate

$[S_a; S_d]$ dello spettro IDRS si ottengono scalando le coordinate $[S_{ae}; S_{de}]$ dell'EDRS attraverso le seguenti regole di riduzione:

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu}; \quad S_d = \frac{\mu \cdot S_{de}}{R_\mu} \quad (16)$$

4.6 Valutazione delle prestazioni sismiche

La valutazione delle prestazioni sismiche viene effettuata considerando diversi livelli prestazionali: Completa Operatività (Full Operational - FO), Operatività (Operational -O), Sicurezza della vita umana (Life Safety - LS), Prevenzione del collasso (Collapse Prevention -CP). Il limite FO è definito in funzione dello spostamento al limite elastico del BCS. In particolare, tale limite si intende raggiunto quando il valore dello spostamento del sistema SDOF equivalente è pari al 70% dello spostamento al limite elastico. Gli altri limiti prestazionali sono definiti attraverso i criteri previsti dalle FEMA-356 (acceptance criteria) per gli elementi primari a deformazione controllata. In particolare, il valore dello spostamento d'interpiano Δ_{eff} corrispondente ai diversi stati limite è espresso in funzione del comportamento prevalente a collasso, dell'altezza efficace h_{eff} e della lunghezza L della parete muraria (tab.3). Impiegando le relazioni tra il sistema MDOF e il sistema SDOF equivalente espresse dalle eqq.13 è facile correlare i diversi livelli prestazionali con i valori dello spostamento del sistema SDOF. Di conseguenza è immediato individuare la posizione del punto di performance (PP) sullo spettro di capacità nel formato ADRS. Tale circostanza semplifica notevolmente la valutazione dei livelli d'intensità dell'azione sismica corrispondenti ai diversi livelli prestazionali. Infatti, una volta nota la posizione del PP, è immediato calcolare la duttilità μ ed il fattore di riduzione R_μ corrispondenti senza incorrere nei problemi di convergenza e di accuratezza insiti nelle procedure grafiche iterative basate sul Metodo dello Spettro di Capacità. Il livello dell'intensità dell'azione sismica associato al livello prestazionale prefissato può essere quindi determinato attraverso una procedura incrementale non iterativa. Infatti, è sufficiente incrementare il valore della PGA fino a che lo spettro IDRS definito dalle eqq.16 non interseca il BCS nel punto PP. Le analisi sono state condotte considerando tre segnali accelerometrici spettro-compatibili con lo spettro elastico dell'EC8 per terreno di tipo A. In tab.4 sono sinteticamente riportati i parametri caratteristici dei terremoti presi in esame. Con ovvio significato degli altri simboli che vi compaiono, il "total power" TP esprime in maniera sintetica il contenuto energetico del segnale ed è valutato a partire dallo spettro di Fourier corrispondente. A titolo di esempio in fig.8 è riportato il confronto tra CS e IDRS per l'input sismico di Bevagna per il livello d'intensità dell'azione sismica corrispondente al livello prestazionale LS. Come detto le relazioni SDOF-MDOF e

i criteri prestazionali di tab.3 consentono di definire il valore $S_d(LS)$ dello spostamento spettrale corrispondente al raggiungimento del livello LS. Definito il punto di performance PP come intersezione tra la retta $S_d(LS)$ e il BCS, l'intensità dell'azione sismica corrispondente al livello LS si ottiene semplicemente incrementando la PGA fino a che anche lo spettro IDRS non passa per il PP. La procedura appena descritta è stata utilmente applicata per confrontare le prestazioni sismiche dell'edificio esistente e dell'edificio rinforzato con FRP per sisma in direzione X. In fig.9 il confronto viene effettuato sia in termini di Curva di Performance sia in termini di Matrice di Performance. In particolare, la Curva di Performance riporta sullo stesso grafico sia la curva di capacità che i punti corrispondenti ai diversi livelli prestazionali. La Matrice di Performance correla invece i livelli d'intensità dell'azione con i livelli prestazionali. Anche nell'ipotesi che il collegamento meccanico tra muratura e FRP sia affidato ai soli ancoraggi, sia la disposizione diagonale delle strisce che quella orizzontale risultano essere efficaci per migliorare il comportamento sismico. L'incremento del moltiplicatore di collasso è del 25% per il rinforzo con strisce orizzontali e del 14% per il rinforzo diagonale.

Tabella 3. Criteri prestazionali per le pareti URM.

Comportamento prevalente a collasso	Livello Prestazionale Δ_{eff}/h_{eff} (%)		
	O	LS	CP
Scorrimento	0.1	0.3	0.4
Ribaltamento	0.1	0.3 h_{eff}/L	0.4 h_{uff}/L

Tabella 4. Parametri caratteristici dei terremoti

Input	Data	PGA/g	t_{REG} (s)	TP/PGA^2
Bevagna UM1 N-S	1997	0.0342	46.108	5.942
Gebze-Tubitak E-W	1999	0.1355	47.628	2.796
Lefkada Hospital N-S	1983	0.0654	37.980	3.349

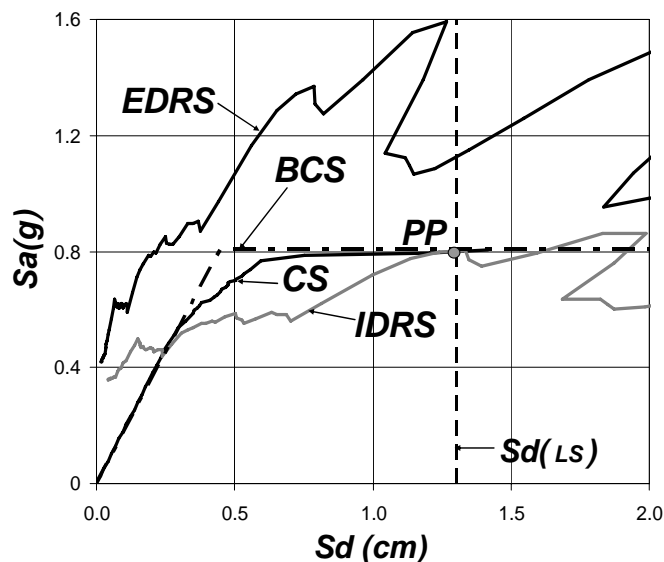


Figura 8. Spettro di Capacità e Spettro Inelastico

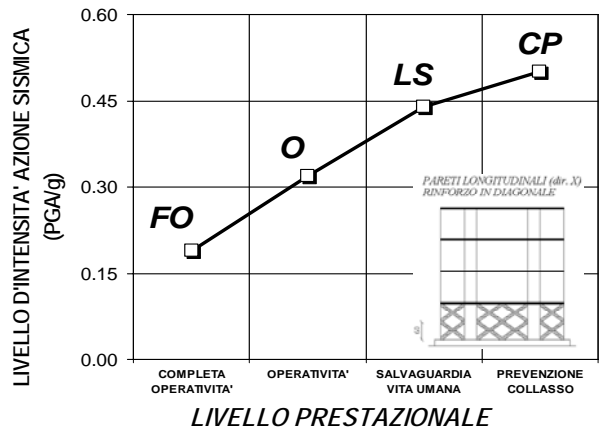
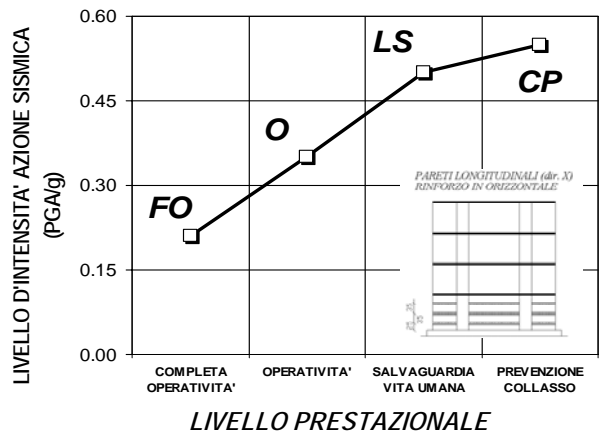
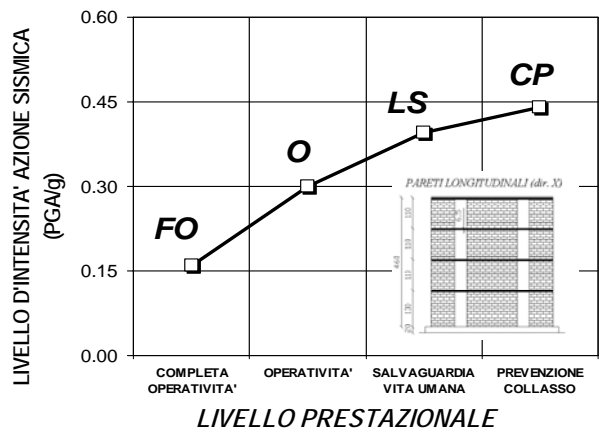
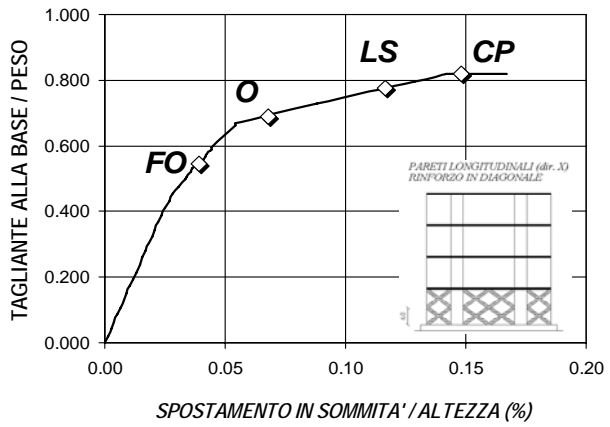
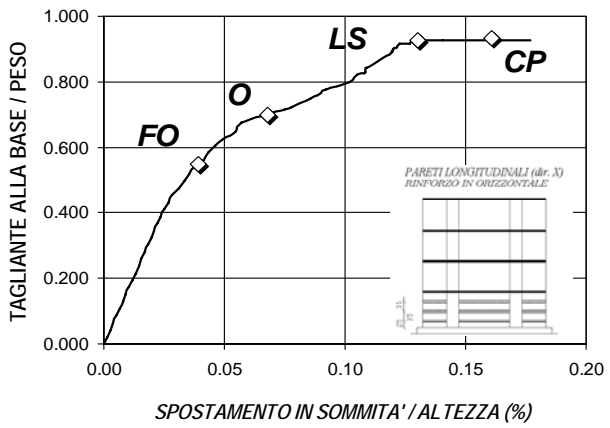
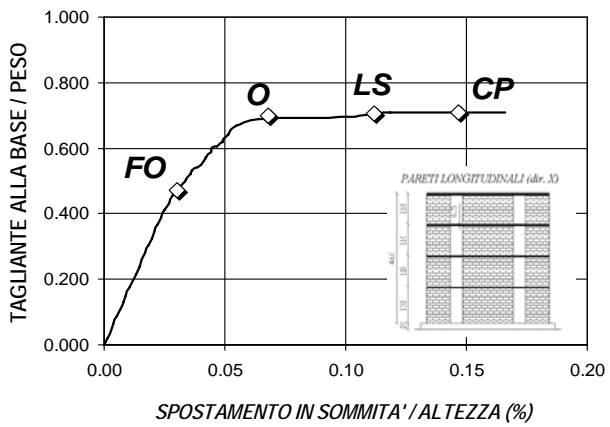


Figura 9. Curve di Performance e Matrici di Performance

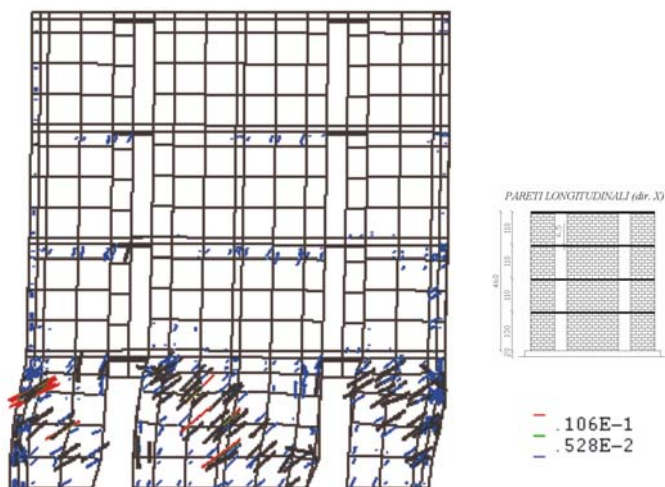


Figura 10. Quadro fessurativo - Edificio non rinforzato

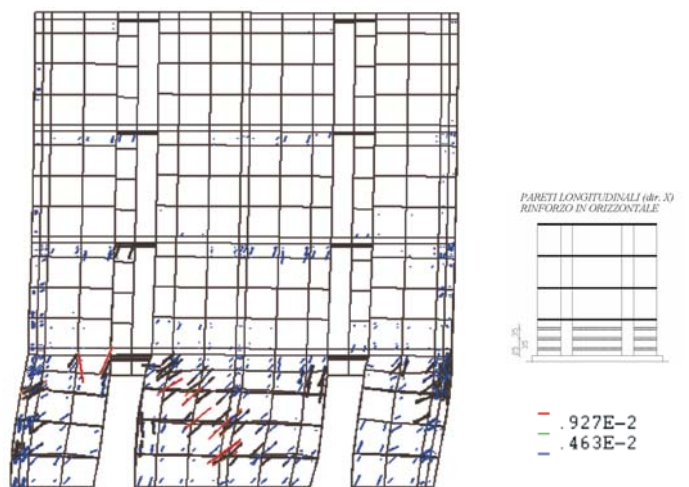


Figura 11. Quadro fessurativo - Rinforzo orizzontale

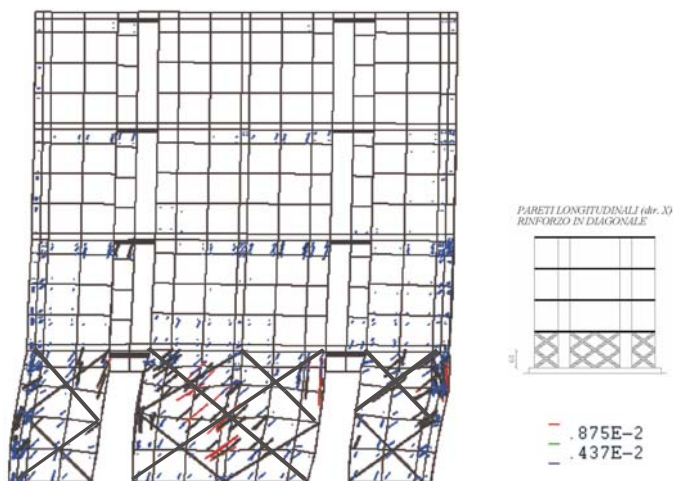


Figura 12. Quadro fessurativo - Rinforzo diagonale

5 CONCLUSIONI

È stata effettuata la valutazione prestazionale di edifici in muratura in presenza di interventi di miglioramento sismico. A tale scopo, è stata in primo luogo effettuata una calibrazione del modello FEM attraverso la minimizzazione di una specifica funzione d'errore sulle frequenze, sui modi di vibrare e sulle spinte modali. È stata quindi applicata una procedura incrementale ma non iterativa che consente di correlare i livelli prestazionali con i livelli di intensità dell'azione sismica. Tale procedura - basata sul pushover adattivo e sul Metodo degli Spettri di Capacità e degli Spettri Inelastici - ha consentito di effettuare un confronto prestazionale tra diverse configurazioni degli interventi di rinforzo con FRP.

RINGRAZIAMENTI

La tematica trattata nel presente articolo si colloca nell'ambito del progetto di ricerca PRIN 2005 dal titolo "Salvaguardia e riabilitazione strutturale di edifici storici mediante tecniche miste reversibili" (Responsabile nazionale F.M. Mazzolani - Università di Napoli Federico II) finanziato dal MIUR per il biennio 2005-2007. L'attività è stata svolta da componenti dell'unità operativa "Protezione di strutture murarie di tipo storico mediante tecniche miste reversibili" della Seconda Università di Napoli (Responsabile di unità A. Mandara). Si ringrazia il prof. P. Malangone responsabile dell'unità D del CRdC Benecon per le risorse di calcolo gentilmente rese disponibili per questo lavoro.

BIBLIOGRAFIA

AIJ, 1993, *Recommendations for Loads on Buildings* (Second Revision), Architectural Institute of Japan, Tokyo, Japan.

- Architectural Institute of Japan AIJ, 1999, *Design Guidelines for Earthquake Resistant Reinforced Concrete Buildings Based on Inelastic Displacement Concept*.
- ATC, 1996, *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, ATC-40 Report, Volumes 1 and 2, Applied Technology Council, Redwood City, California.
- ATC/BSSC, 1997, *NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, FEMA 273 Report (Guidelines) and FEMA 274 Report (Commentary), Applied Technology Council for the Building Seismic Safety Council, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- CEN, 2003, prENV 1998-1 - Eurocode 8, *Design of Structures for Earthquake Resistance*, Draft N.6, Version for translation (Stage 49), Comité Européen de Normalisation.
- CNR-DT 00/2004, *Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati*, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma.
- Como, M., Grimaldi, A., 1985, *An unilateral model for the limit analysis of masonry walls*, International Congress on "Unilateral Problems in Structural Analysis, Springer Ed.
- de Witte, F.C., Kikstra, W.P., 2005, *DIANA Theory Manual*, TNO DIANA bv Delft, The Netherlands.
- Fajfar, P., 1999, *Capacity Spectrum Method based on Inelastic Demand Spectra*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics., n° 28, 979-993.
- FEMA 356, 2000, *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, prepared by the American Society of Civil Engineers for the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- FEMA 440, 2005, *Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures*, prepared by the Applied Technology Council (ATC-55 Project), published by the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- Ferraioli, M., Avossa, A.M. Malangone, P., *Approximate method for evaluation of seismic damage of rc buildings*, 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada, 2004.
- Galasco, A., Lagomarsino, S., Penna, A., 2006, *On the use of pushover analysis for existing masonry buildings*, First European Conf. on Earth. Eng. and Seismology, Ginevra.
- Jurukovski, D., Taskov, L., Petkovski, M., Gavrilovic, P., *Basic and applied research study for seismic modelling of mixed reinforced concrete-masonry buildings*, Report IZIIS n.89/66, Institute of Earthquake Engineering and Engineering Seismology, University "Kiril and Metodij", Skopje.
- Lourenco, P.B., Rots, J.G., Blaauwendraad, J., 1998, *Continuum Model for Masonry: Parameter Estimation and Validation*, Journal of Structural Engineering n. 842.
- Magenes, G., 2000, *A method for pushover analysis in seismic assesment of masonry buildings*, Proc. 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand.
- Portioli, F., Landolfo, R., 2004, *Il modello smeared-crack nelle analisi numeriche di volte a padiglione in muratura di mattoni rinforzate con FRP*, XI Congresso Nazionale l'Ingegneria Sismica in Italia, Genova, Italia.
- Radi, E., Di Tommaso A., Viola, E., 1990, *Modellazione e verifica sperimentale del comportamento dinamico di un edificio in muratura e c.a. in scala 1:3*, Ing. Sismica, VII (2).
- Santa Maria, H., Duarte, G., Garib, A., 2004, *Experimental investigation of masonry panels externally strengthened with cfrp laminates and fabric subjected to in-plane shear load*, 13th World Conf.on Earth.Eng.ancouver, Canada, 2004.
- SEAOC Vision 2000, 1995, *Performance Based Seismic Engineering of buildings*, Report prepared by Structural Engineers Association of California, Sacramento.
- Turek, M., Ventura, C.E., Kuan, S., 2004, *In-plane shake table testing of frp strengthened urm walls*, 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, Canada, 2004.